

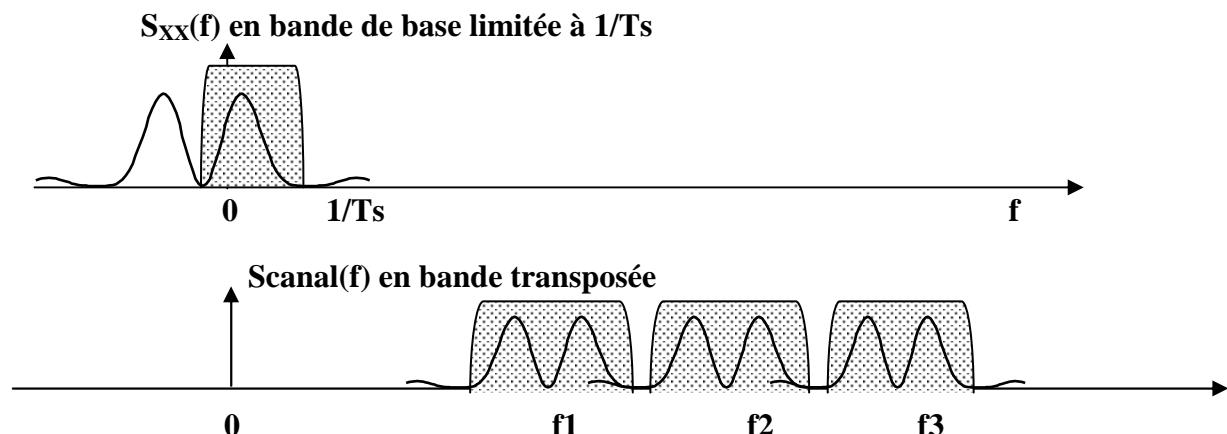
## Cours d'Électronique du Tronc Commun S3.

### Chapitre 8 :

#### **Le filtrage optimisé du signal numérique en bande de base. Notion de BRUIT en télécommunication.**

##### **8-1 Nécessité du filtrage dans une chaîne de transmission.**

Nous avons déjà souligné la nécessité de limiter l'étalement du spectre du signal numérique en bande de base de façon à contrôler la largeur du canal, après transposition, quelques soit le type de modulation MAPS MDP MAQ etc., on évite ainsi la perturbation des canaux adjacents.



Par contre nous n'avons pas encore souligné que lors de la transmission de bout en bout, (point à point) le support de transmission dégrade le signal émis et ceci pour plusieurs raisons dépendant de la nature physique du support.

Nature du support	Atténuation	Déformation par étalement temporel. IES, ISI	Bruit ajouté par l'environnement E.M.	Bruit ajouté par les canaux adjacents.	Bruit ajouté par le récepteur.
Le cuivre Coaxial, paire etc.	Oui Effet de peau	oui	oui	oui	
Ondes hertziennes En bande étroite.	oui		oui	oui	oui
Fibre optique	Oui selon technologie.	Oui pour multimode			oui

Pour le cuivre l'atténuation est due à la réduction de l'épaisseur de métal parcourue par le courant lorsque la fréquence augmente. Il en résulte un accroissement de la résistance avec la fréquence, phénomène connu sous le nom d'effet de peau.

La plus grande partie du courant circule dans la région superficielle du métal ou "peau dont l'épaisseur décroît comme la racine carrée de la fréquence.

F	50 Hz	10 kHz	50 MHz	1 GHz	10 GHz
Epaisseur de peau	9,3 mm	0,6 mm	9,3 μm	2 μm	0,6 μm

Par exemple d'après Texas pour un bifilaire de catégorie C5 exploitable jusqu'à 100 MHz

$$A(f) \text{ en dB} = 1,967 \cdot \sqrt{f} + 0,023 \cdot f + 0,050 \frac{1}{\sqrt{f}} \quad \text{pour 100 mètres.}$$

**L'amplitude est d'autant plus réduite que la ligne est longue.**

(L'atténuation d'un bifilaire ou coaxial exprimée en dB, est proportionnelle à la longueur pour une fréquence donnée).

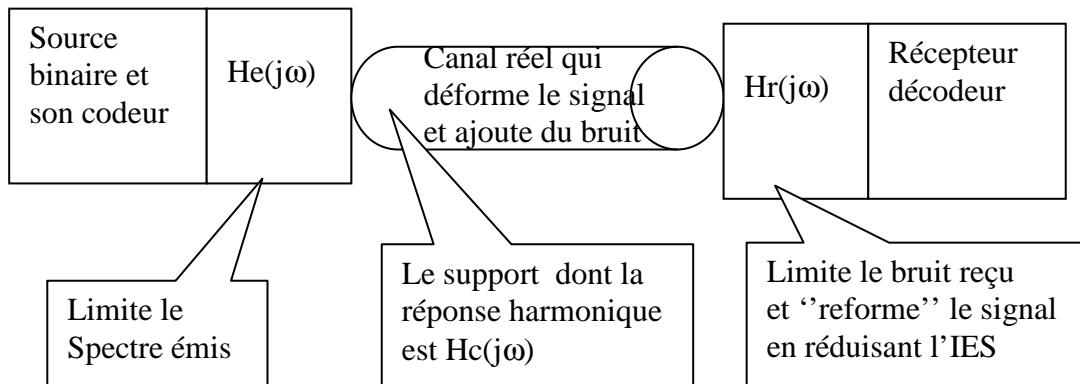
**Pour les supports "susceptibles" aux signaux parasites dits BRUIT (cuivre et ondes hertziennes), nous pouvons grandement améliorer la qualité du signal en plaçant un filtre à l'entrée du récepteur, qui réduit la puissance de bruit et augmente le rapport signal à bruit C/N.**

**Pour le support cuivre déformant le signal par étalement temporel on peut "redonner forme" au signal reçu, grâce à un filtrage intelligent ou optimisé.**

**Et on vient de souligner l'importance de contrôler l'occupation spectrale par filtrage au départ.**

**Résumons : dans toute chaîne de transmission distante, il y a nécessité absolue de filtrer au départ (  $H_e(f)$  ) et à l'arrivée (  $H_r(f)$  ).**  
**De plus, le support lui-même est caractérisé par un fonction de filtre  $H(f)c$ .**

La chaîne de transmission est donc en général composée de trois régions avec un comportement de filtre défini par des transmittances isochrones  $H_e(j\omega)$ ,  $H_c(j\omega)$ ,  $H_r(j\omega)$ .



Une chaîne complète de transmission présente une réponse globale définie par une transmittance unique  $H(j\omega) = He(j\omega) \cdot Hc(j\omega) \cdot Hr(j\omega)$  ou encore en réponse impulsionnelle  $H(t) = He(t) * Hc(t) * Hr(t)$ . (\* pour le produit de convolution)

Le tableau précédent montre que le support cuivre est de loin le plus "fragile" vis-à-vis des perturbations, il sera l'objet essentiel de ce chapitre !

**Ainsi dans le cas du cuivre nous avons trois raisons de nous intéresser au filtrage du signal numérique.**

## 8-2. Le BRUIT naturel et son modèle simple. Le rapport signal sur bruit.

Tout système électronique passif ou actif ajoute au signal traité une puissance de signal aléatoire, ou "bruit", dont la fonction de répartition est gaussienne et centrée. (voir module Math Physique ).

Cette source de bruit dépendant du mouvement des porteurs libres (électrons trous) présente une **Densité Spectrale de Puissance Moyenne, DSPM**, indépendante de la fréquence pour la zone des fréquences des télécommunications ( $\sim < 6 \text{ THz}$  ou  $6 \cdot 10^{12} \text{ Hz}$ ).

**Elle ne dépend que de la température physique absolue Tphy du matériau conducteur ou semi-conducteur.**

(Tphy en température absolue ou  ${}^{\circ}\text{Kelvin} = {}^{\circ}\text{Celcius} + 273$ ).

**Pour une résistance portée à la température physique Tphy la Densité Spectrale de Puissance Moyenne (DSPM) de bruit vaut :**

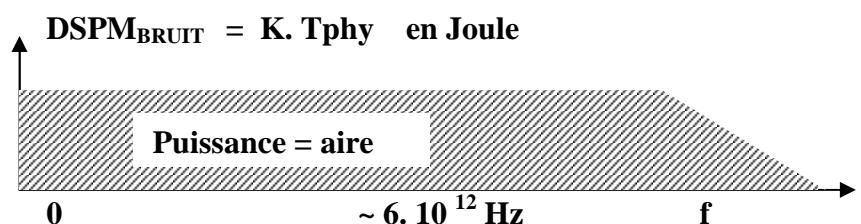
$$\text{DSPM}_{\text{BRUIT}} = K \cdot Tphy \quad \text{en W / Hz ou Joule}$$

où K étant la constante de Boltzmann qui vaut  $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/}{}^{\circ}$ .

**Ce modèle simple conduit à une puissance de bruit inacceptable si l'on ne limite pas l'étendue du spectre de la DSPM<sub>BRUIT</sub> !**

Densité spectrale de bruit d'agitation thermique des porteurs dans une résistance.

Aire non limitée donc :  
Puissance de bruit énorme.

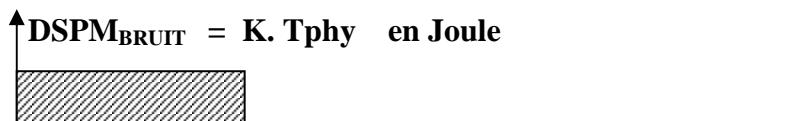


Réduisons le bruit en placent un passe bas de bande passante B, compatible avec le spectre du signal en bande de base à traiter.

**La puissance de bruit se réduit à l'aire de la DSPM<sub>BRUIT</sub> après filtrage.**

$$\langle P_{\text{BRUIT}} \rangle = N = B \cdot \text{DSPM}_{\text{BRUIT}} = B \cdot K \cdot T_{\text{phy}} \text{ en W.}$$

**Le bruit est filtré:**

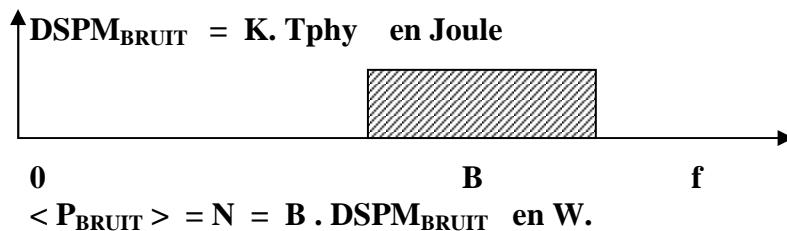


La puissance de  
Bruit est limitée à :

$$\langle P_{\text{BRUIT}} \rangle = N = B \cdot \text{DSPM}_{\text{BRUIT}} \text{ en W.}$$

Dans le cas d'un signal dont le spectre est transposé autour d'une fréquence porteuse  $f_p$ , nous réduisons la puissance de bruit pas un filtrage de type passe bande centré sur  $f_p$ .

**On veillera à ce que la largeur  $B$  du filtre respecte le spectre du signal transposé par modulation.**

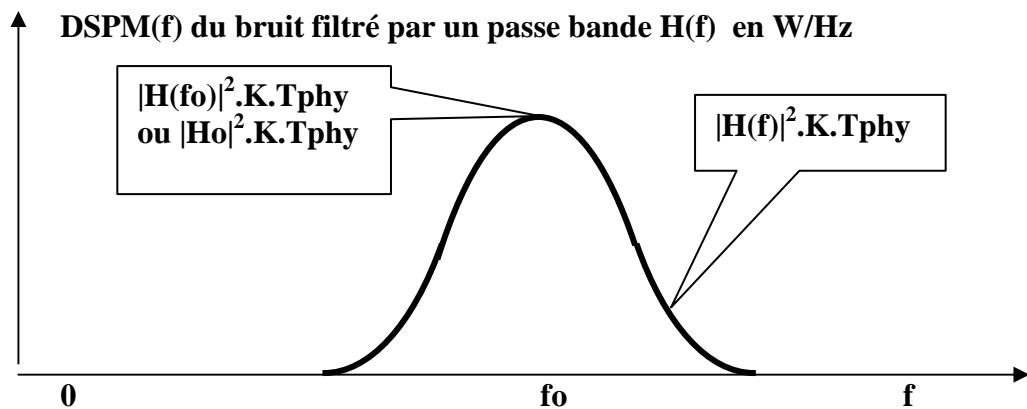


Nous illustrons les principes généraux simplifiés par des gabarits de filtres idéalisés "coupant" brutalement en dehors de leur bande passante.

Dans un prolongement plus détaillé il faut introduire la bande passante équivalente de bruit, qu'il ne faut pas confondre avec la bande passante classique à -3dB !

**La puissance moyenne de bruit filtré,  $N$ , par une transmittance  $H(f)$  s'exprime en Watt par:**

$$N = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{R} \int_T V^2(t) dt = k \cdot T_{\text{PHY}} \int_0^\infty |H(f)|^2 df = k \cdot T_{\text{PHY}} |H_0|^2 \int_0^\infty \frac{|H(f)|^2}{|H_0|^2} df$$



Posons par définition de la bande équivalente de bruit  $B_{bruit} := \int_0^{\infty} \frac{|H(f)|^2}{|H_0|^2} df$  (en Hz)

Alors l'expression de la puissance moyenne de bruit en Watt s'allège :

$$N = K \cdot T_{phy} \cdot |H_0|^2 \cdot B_{bruit} \quad (\text{en W})$$

$N$  est l'aire de la DSPM(f) de bruit filtré, donc l'aire définie dans la figure suivante.

**Par conséquent à la puissance moyenne  $Pr$  de signal utile reçu en bout de chaîne de transmission, on peut associer un critère de qualité dit rapport signal à bruit exprimé en  $W/W$  ou en  $V^2 / V^2$ . La qualité du signal reçu est alors décrite par le rapport signal à bruit nommé  $C/N$  ou  $Pr / N$ .**

$$Pr / N = Pr / B \cdot K \cdot T_{phy} = C / N \quad (\text{en } W/W)$$

**Expression qui montre l'intérêt de réduire  $B$ , la bande passante, pour augmenter la rapport signal à bruit.**

Par conséquent on se pose immédiatement la question suivante : jusqu'où peut on réduire  $B$  ?

**Pour une rapidité de modulation  $RM = 1/T_s$  la réponse est immédiate et ainsi on passe l'essentiel du spectre du signal numérique en bande de base dans la bande :  $B = 1/T_s$ .**

**On fera attention que dans le cas d'un canal transposé en fréquence alors  $B = 2/T_s$  car on doit se souvenir que OS Canal = 2. OSBDB.**

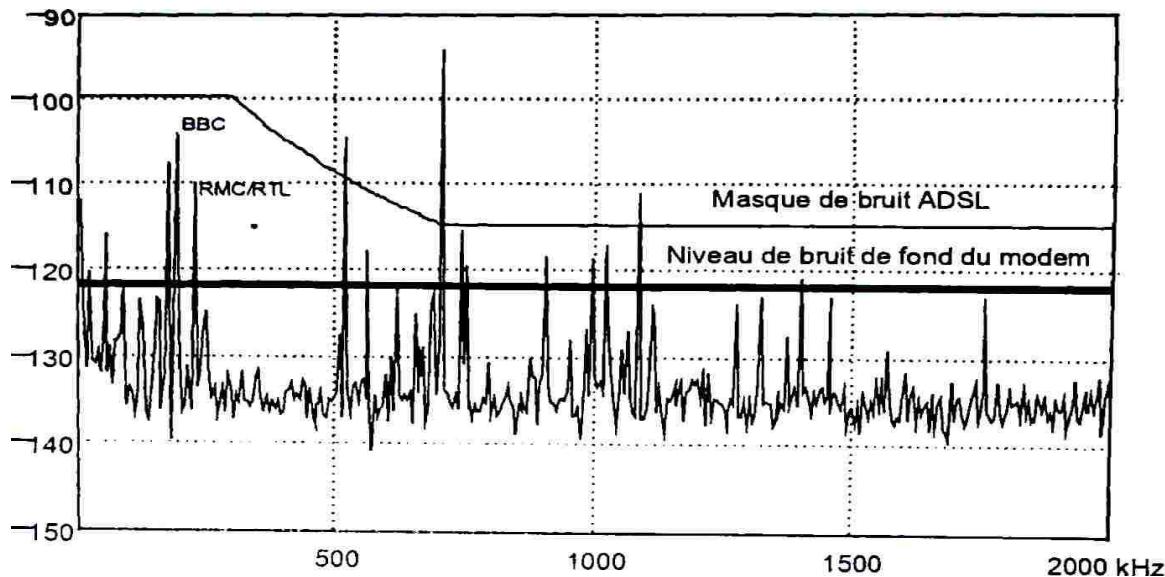
**Mais on peut faire beaucoup mieux et du même coup réduire un autre défaut très gênant en transmission en bande de base sur cuivre : l'IES.**

### **Les "Bruit" artificiels :**

Le paragraphe précédent introduit le bruit naturel, mais les causes de perturbation artificielles sont nombreuses (voir notion de Compatibilité ElectroMagnétique et Susceptibilité évoquées dans chap 2)

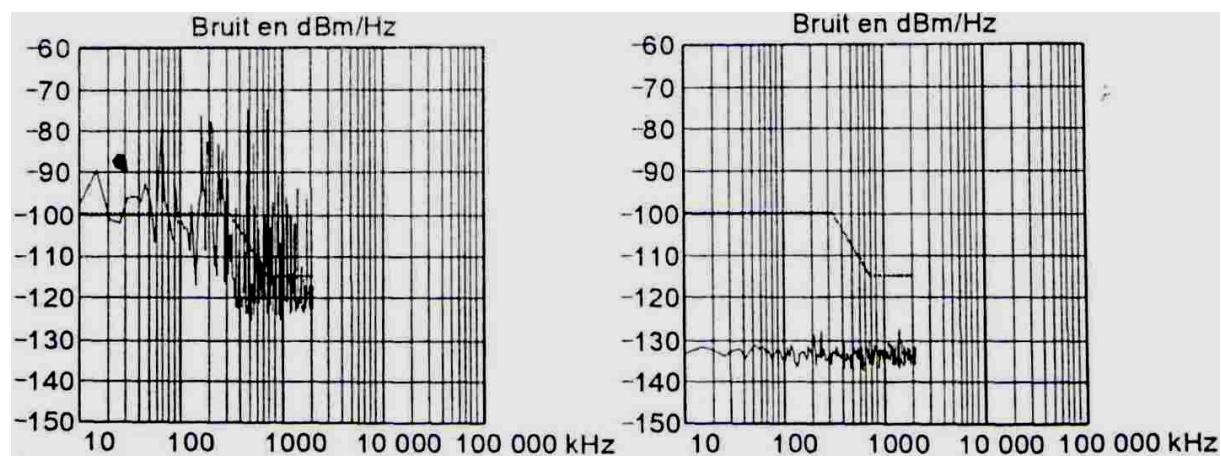
Citons :

Les perturbations EM dues aux sources radio puissantes et à l'environnement des câbles.



Le couplage paires à paires voisines cause de la télé diaphonie et de la para diaphonie locale, et la protection vis-à-vis des champs perturbateurs, très liée à l'état de la ligne.

La figure suivante permet de comparer l'immunité d'une ligne neuve et d'une ligne dégradée.



**Le remède général est encore le filtrage !**

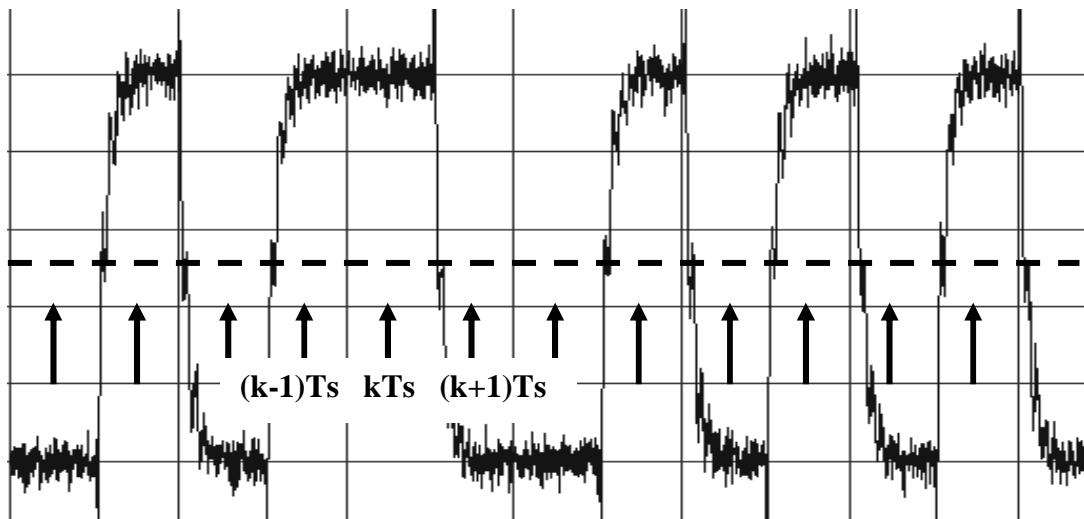
### 8-3. Le signal binaire et le bruit.

Voyons l'allure réelle du signal reçu dans un cas simple comme le codage NRZ lorsque le câble est soumis au bruit naturel et artificiel environnant.

**Les deux enregistrements suivants correspondent à deux longueurs de câble :**  
**(20 et 200 mètres )**

Le signal reçu en bout de ligne (~ 20 m) au débit 10 M bits/s ou avec une rapidité de modulation de 10 M baud, montre un rapport signal à bruit  $P_r / N$  de l'ordre de 1000 en W/W ou en  $V^2 / V^2$ .

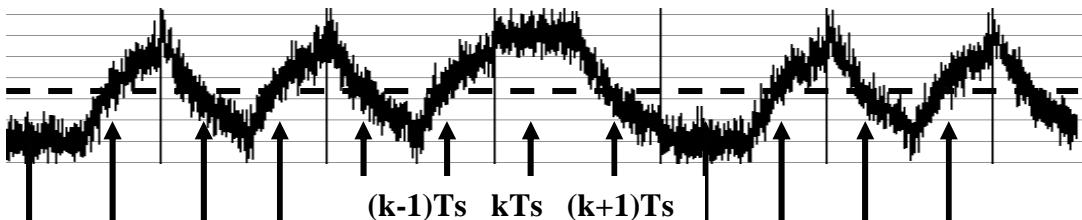
Il sera souvent exprimé en dB ( $10 \log_{10} S/B$ ) soit ici 30 dB.



**Le seuil de décision (pointillé) sépare sans ambiguïté les 2 valeurs de symbole aux instants de décision  $k.Ts$ .**

**Le taux d'erreur binaire TEB sera très faible !**

**Dans le second cas, le signal reçu en bout de ligne ( $\sim 200$  m) au débit 10 M bits/s ou 10 M baud, montre un rapport signal à bruit  $Pr/N$  dégradé qui tombe à environ 15 dB !**



**Dans ce cas le résultat des décisions sur seuil donnera beaucoup plus d'erreur et le TEB se dégradera dramatiquement !**

**Autant le seuil de décision et le moment d'échantillonnage paraissent facile à positionner pour la ligne courte, autant cela paraît plus difficile sur la ligne longue !**

**En effet l'allongement du trajet a sérieusement atténué le signal NRZ et l'a étalé dans le temps ce qui se traduit par des transitions peu visibles.**

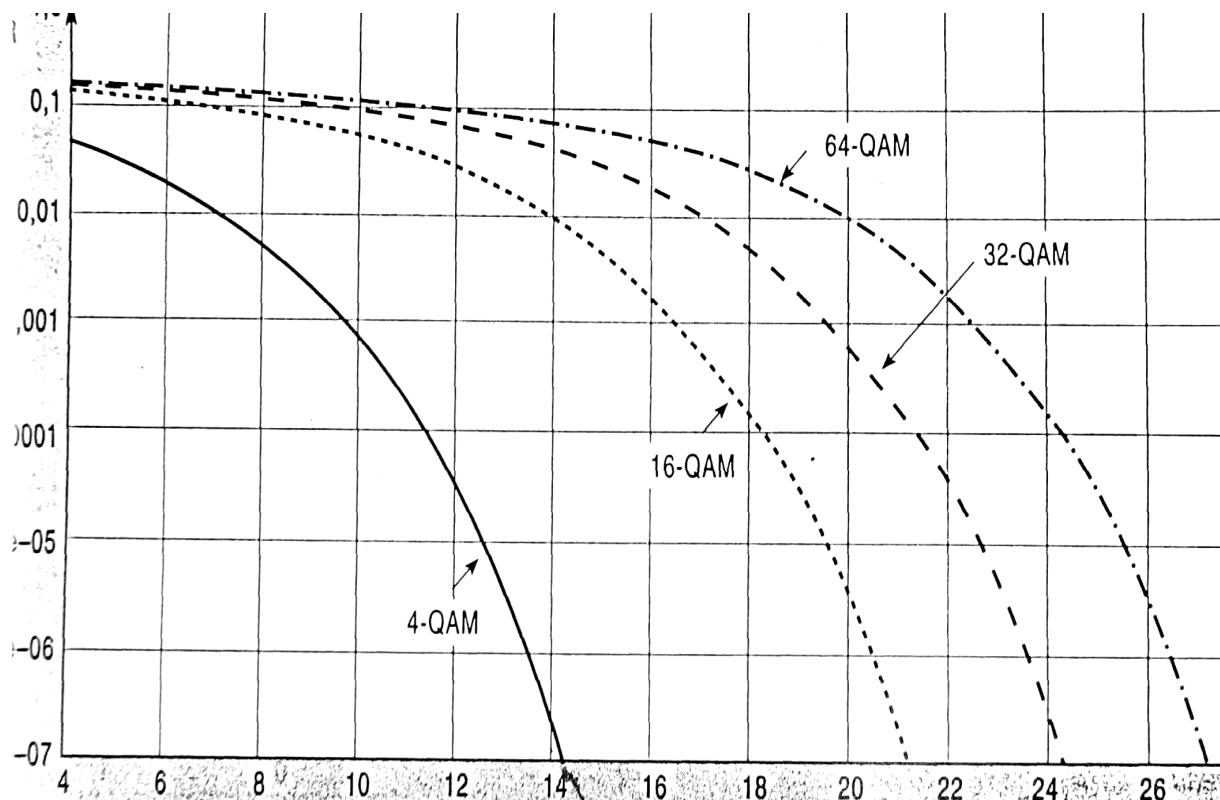
**Cet étalement temporel est le phénomène de l'Interférence Entre Symboles ou IES.**

**De ces deux chronogrammes nous retiendrons l'effet du rapport signal à bruit sur le TEB**

**NB :** Ces chronogrammes réels ne sont "lisibles" que parce que l'oscilloscope a été synchronisé sur l'horloge bit (ou symbole) du récepteur.

Donc cela rappelle l'exigence de connaître avec précision le rythme de la transmission série synchrone TSS.

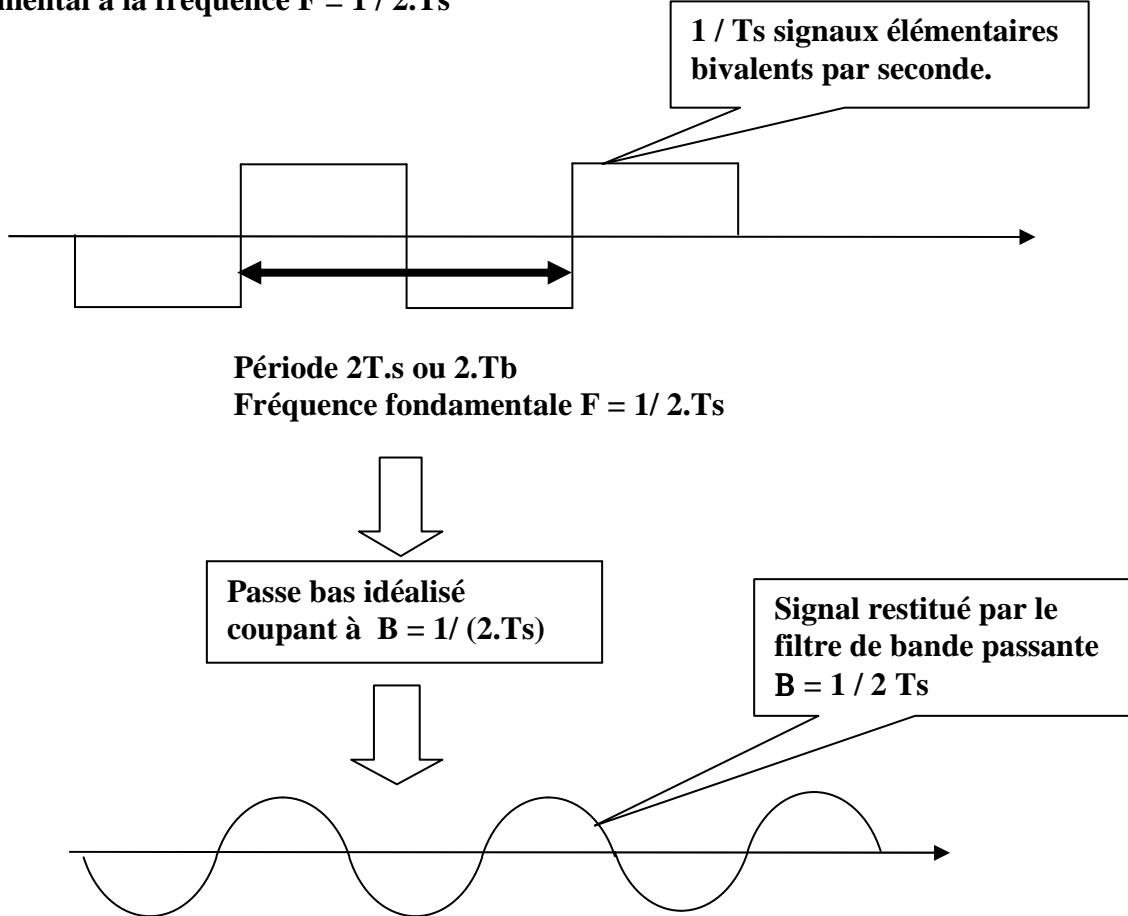
**Des abaques montrent l'effet du rapport Pr/N ou C/N sur le taux d'erreur binaire TEB de la transmission.**



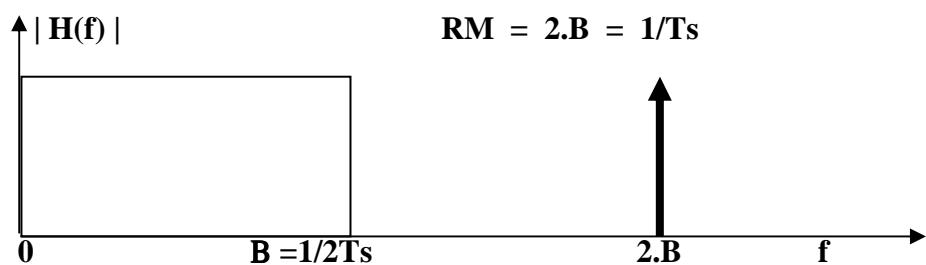
## 8-4. Relation entre bande passante du support de communication et rapidité de modulation.

Examinons le comportement d'une suite binaire alternée ( $V = 2$ ), de rapidité de modulation  $RM = 1/Ts$ , et subissant un filtrage passe bas idéalisé de bande passante  $B$ .

Après filtrage idéalisé, coupant à  $F = 1/2Ts$ , il ne reste du signal NRZ que le fondamental à la fréquence  $F = 1/2.Ts$



Avec ce filtrage extrême, le récepteur à seuil est capable de discerner deux niveaux tant que la sinusoïde de période  $2Ts$  est transmise par le filtre de bande passante  $B = F = 1/2Ts$ .



Une bande passante  $B = 1 / 2Ts$  autorise le passage d'une modulation de rapidité  $RM = 1 / Ts$

**La rapidité de modulation maximum passant dans la bande B (en Hz) vaut RM = 2.B (en Bauds).**

Pour un signal bivalent le débit max est donc Db max = 2.B en bits / s.

Cette limite théorique fut exprimée en 1928 par NYQUIST.

On sait aussi que pour passer L bits dans un symbole de durée Ts, il faut utiliser  $2^L$  niveaux, c'est-à-dire un codage de valence  $V = 2^L$ . ( $Ts = L.Tb$ ).

Par conséquent, pour un signal portant L bits la capacité en bits par seconde, le débit binaire Db vaut :

$$Db \text{ max} = 2.L. B \quad \text{en bits / s.}$$

En introduisant la valence V liée à la taille du symbole L ( $L = \log_2 V$ ), on obtient :

$$Db \text{ max (bits/s)} = 2.B. \log_2 V = B.\log_2 V^2$$

Il apparaît, du moins sur le papier, que rien ne limite le débit sur un support de bande passante B à condition d'augmenter la valence ! Augmenter la valence V veut dire, que pour une puissance moyenne donnée, qu'il faut resserrer l'écart de puissance entre chaque niveau !

**Donc avec des signaux parfaits exempts de bruit, le débit Db est bien illimité pour une bande passante  $\Delta F$  donnée !**

Bien entendu ce raisonnement idéalisé ne tient plus avec des signaux réels bruités !.

## 8-5. Le théorème de Shannon Hartley.

L'observation des signaux NRZ bruités vus en 8-3 montre que dans le premier cas ( $C/N \sim 30$  dB) on pourrait augmenter la valence du codage (2B1Q par exemple) en gardant la rapidité de modulation et la puissance moyenne du signal. En clair on pourrait augmenter le débit binaire sans changer la puissance ni la rapidité de modulation.

**Dans le deuxième cas cela ne semble pas possible !**

**Donc le débit exploitable sur une ligne donnée dépend du rapport signal à bruit.**

**Hartley (1888 - 1970)** a relié génialement la limite théorique de capacité au cas réel des signaux bruités en démontrant que le rapport C/N impose la valence du codage par :

$$V^2 = 1 + C/N \quad (\text{en W/W ou en } V^2 / V^2)$$

Ainsi:  $Db \text{ max (bits/s)} = 2.B. \log_2 V = B.\log_2 (1 + C/N)$

devient:  $Db \text{ max (bits/s)} = B.\log_2 (1 + C/N)$

**Cette relation constitue le théorème de Shannon (1916- 2001) et Hartley.**

$$D_{\max} (\text{ bits/s }) = B \cdot \log_2 V^2 = B \cdot \log_2 (1 + C/N).$$

La puissance N de bruit étant incompressible, pour augmenter le débit il faut augmenter la puissance C du signal !

**Attention: on augmente le débit binaire à condition d'injecter une puissance de signal de plus en plus grande !**

NB:  $\log_{\alpha} X = \log_{\alpha} \beta \cdot \log_{\beta} X$ . permet de passer au logarithme en base 10 d'usage plus habituel

$$\log_{10} (1 + S/B) = \log_{10} 2 \cdot \log_2 (1 + S/B) = 0,3 \log_2 (1 + S/B).$$

**Les pionniers pères des méthodes actuelles utilisées en télécommunication.**



Shannon



Hartley

Nyquist

**NB:  $\log_{\alpha} x = \log_{\alpha} \beta \cdot \log_{\beta} x$ .**

$$\log_{10} (1 + S/B) = \log_{10} 2 \cdot \log_2 (1 + S/B) = 0,3 \log_2 (1 + S/B)$$

Ex1: la ligne bifilaire RTC présente une bande exploitable  $\Delta F$  de 3kHz avec un S/B de 20dB Quelle capacité Cmax peut on esperer ?

Ex2 :Le Fax sur ligne d'abonné (boucle locale du POTS) garantit une résolution de 10 points/mm et une luminance à 8 niveaux. Quel est le temps nécessaire à la transmission d'une page A4 lorsque le rapport C/N vaut 20 dB puis 30 dB ?

Ex3 : le modem "56 Kpbs" (avis V90) impose une qualité de transmission de combien ?

NB : on a vu, au chapitre 1, une limitation de capacité (ou débit) énoncée par Shannon, basée sur l'utilisation d'un support idéalisé passant une bande de fréquence  $\Delta F$ , qui annonce une Rapidité de Modulation RMmax =  $2\Delta F$  pour un signal de valence 2.

Bien entendu dans les deux cas l'estimation est donnée sans bruit, si on ajoute la limite de Shannon liée à la puissance de bruit B alors la puissance moyenne S de signal est imposée. Notons que si l'on compare les expressions de la RM en bivalent, on obtient une limite de bande  $\Delta F$  liée à d.R et d.C qui ne doit pas être confondue avec la coupure 3dB obtenue en sinusoïdal dans l'approximation haute fréquence.

## 8-6 Efficacité spectrale et limite de Shannon-Hartley.

Il est clair que le théorème s'interprète directement en débit spécifique ou efficacité spectrale en divisant par B :

$$D_B / B = \log_2 (1 + S/B) \quad \text{en bits/s/Hz}$$

$$\text{Ou bien plus pratiquement} \quad D_B / B = 3,3 \cdot \log_{10} (1 + S/B) \quad \text{en bits/s/Hz}$$

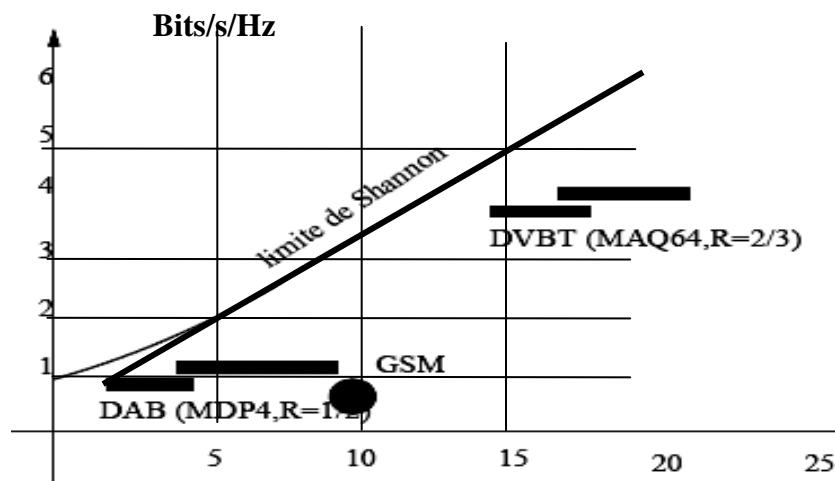
On obtient ainsi la limite théorique exploitable de l'efficacité spectrale en fonction du rapport signal à bruit :

Exemple pour S/B = 1 W/W ou 0 dB on a  $\log_2 (1 + 1) = 1$  bits/s Hz

Débit spécifique ou Efficacité spectrale En bps / Hz	Limite de Shannon- Hartley S / B en dB
1	0
2	4,8
3	8,5
4	11,8
5	15
6	18
7	21
8	24

En clair : gagner un bit/s / Hz en efficacité oblige à augmenter le rapport C/N de 3 dB, ou doubler la puissance du signal émis.

La figure suivante donne la situation de quelques systèmes de télécommunication vis à vis de la limite théorique d'efficacité spectrale en fonction du rapport C/N en dB.



## Quelques exemples d'efficacité spectrale.

Système	Débit	Bande utilisée	Efficacité spectrale
TNT	10 M bits/s	8 MHz	1,3 bits / s / Hz
GSM	13 k	25 kHz	0,5
UMTS	3,4 M	5 MHz	0,7
POTS	13 k	4 kHz	3,3
Modem V90	56 k	4 kHz	14
ADSL	8 M	1,1 MHz	~ 8
ADSL 2 +	25 M	2,2 MHz	~ 11
ou VDSL	51 M max	12 MHz	~ 4

### 8-7. L'étalement temporel du signal le long du support cuivre.

#### Interférence Entre Symboles : IES.

Toute transmission d'information se fait à vitesse finie.

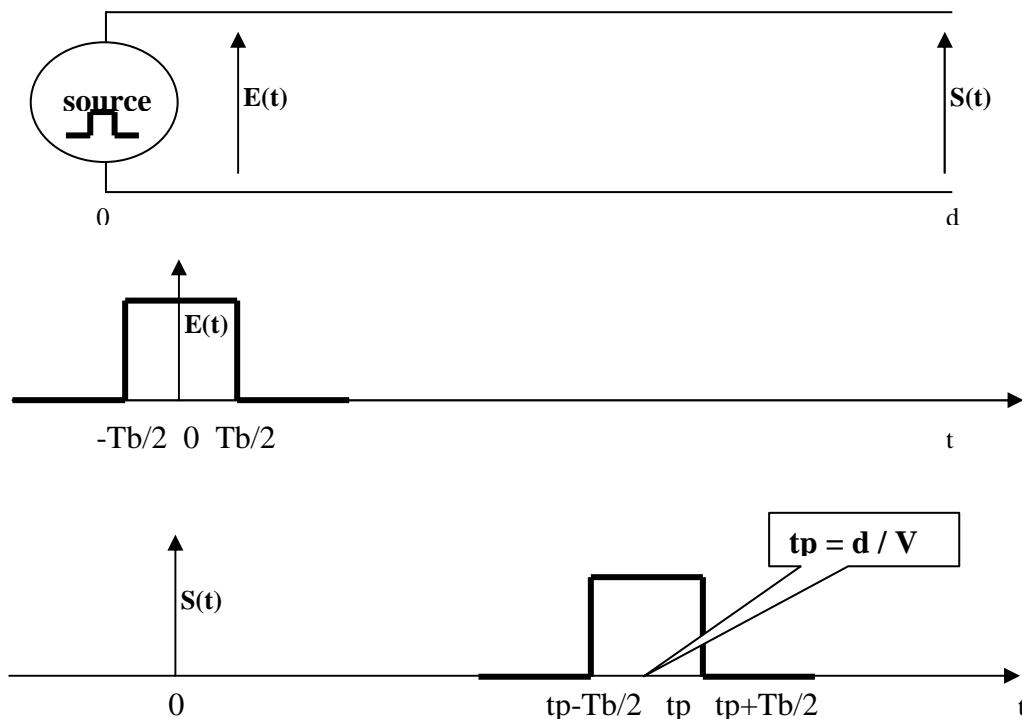
La transmission d'un point à un autre n'existe pas sans délai de transmission tp.

Même le milieu le plus "rapide", le vide ou l'air, propage l'onde électromagnétique avec une vitesse de phase V finie de  $3 \cdot 10^8$  m/s.

Pour le cuivre la vitesse V du courant et de la tension est de l'ordre de 1,5 à 2  $10^8$  m/s.

Appelons tp le temps mis pour transmettre un signal d'un point à un autre distant de d.  
 $tp = d / V$

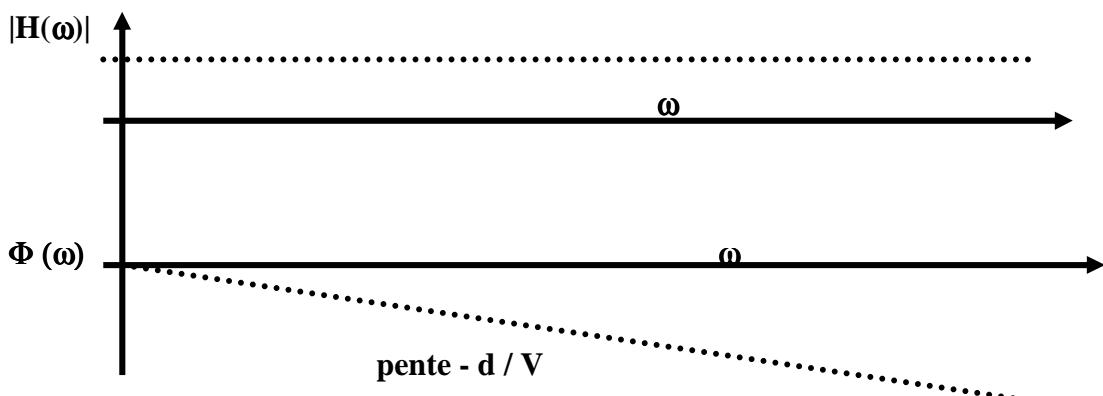
Regardons en premier l'effet de la transmission sur un support idéal non déformant, donc qui n'existe pas !



Dans un système de transport sans déformation le symbole ou le bit  $b_k$  est donc reçu avec une forme identique mais retardé de  $t_p$ .

Le support de transmission idéal, non déformant est équivalent à un filtre à retard pur, dont la fonction de transfert  $H(j\omega)$  s'écrit :

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{-j\Phi} \text{ ou encore } H(j\omega)| = 1 \cdot e^{-j\omega d/V}$$

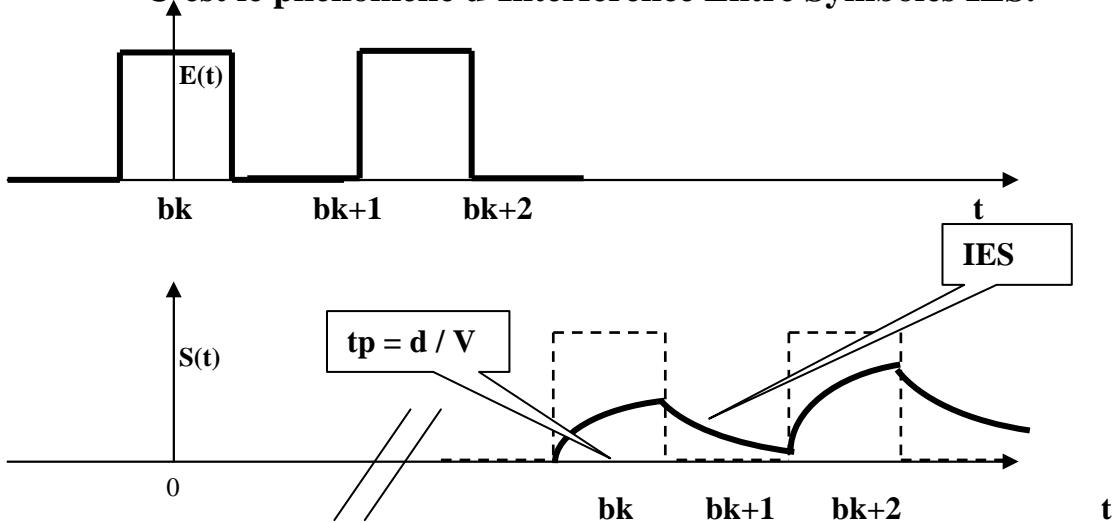


Examinons maintenant la réalité dans le cas du support bifilaire cuivre.

Le support cuivre ne propage pas toutes les composantes de fréquence avec la même vitesse ni avec la même gain ou atténuation. Cela se traduit par un étalement du signal élémentaire dans le temps.

Ainsi le  $k$  ième symbole ou le  $k$  ième bit  $b_k$  s'étale sur le ou les successeurs  $b_{k+1}, b_{k+2}, \dots$

C'est le phénomène d'Interférence Entre Symboles IES.



L'étalement temporel est d'autant plus prolongé que la ligne est longue.

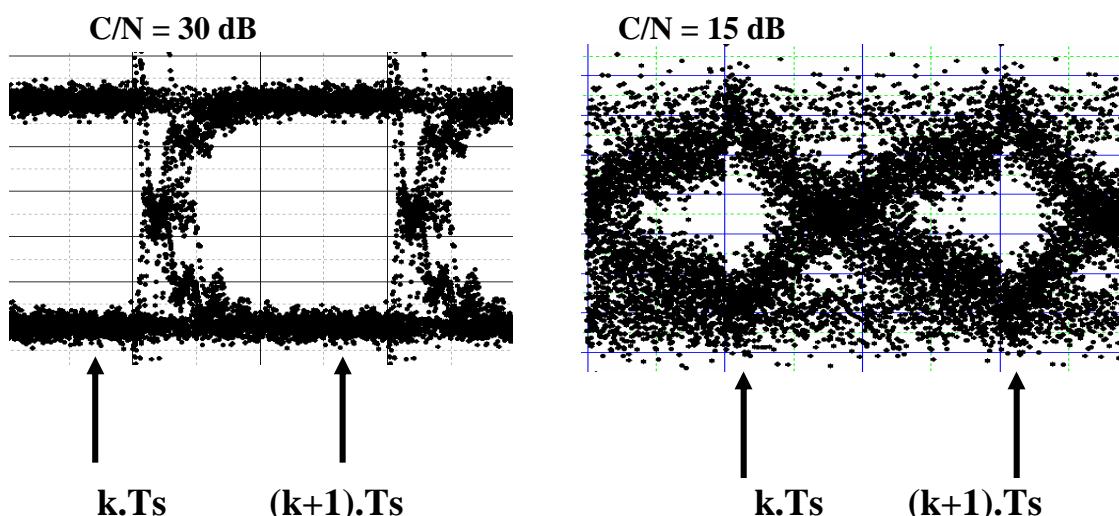
## 8-8. Le test visuel de qualité de la transmission dit "diagramme en œil".

Il consiste à observer l'ensemble des transitions possibles, simultanément sur une seule image. Cela revient à découper TOUT le chronogramme en fenêtres de durée au moins égale à UN  $T_s$ .

Puis ensuite à superposer toutes ces images parfaitement cadrées sur les instants d'échantillonnage.

Ainsi les deux cas de transmission précédents fournissent les superpositions suivantes, appelées "diagramme en œil"

Ces deux diagrammes montrent clairement la qualité du signal NRZ confronté à la propagation avec bruit le long d'un câble.



IES à 10 Mbits/s et bruit sur une ligne de 20 m et sur une ligne de 200 m.

De ce test visuel on déduit deux critères d'immunité :

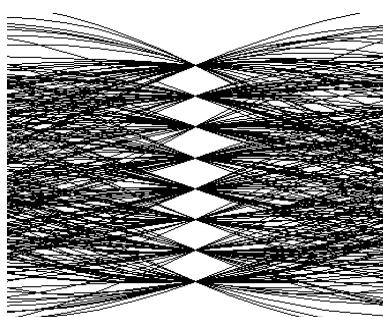
L'ouverture verticale de l'œil montre l'immunité au bruit.

L'ouverture horizontale montre l'immunité à la stabilité temporelle de l'horloge H'b de réception calée sur les transitions du signal. On parle d'immunité à la gigue ou au jitter.

En pratique il suffit de visualiser le signal en ligne avec un oscilloscope numérique (car mémoire indispensable) synchronisé sur l'horloge du récepteur H's ou H'b.

La source binaire doit produire tous les cas de transition, elle doit donc présenter un caractère suffisamment aléatoire.

La superposition des transitions est obtenue par le mode cumul des traces (auto store).



Un exemple de diagramme en œil.

Codage à valence 8 qui exige 7 seuils.

Le filtrage a été parfaitement optimisé en vue de réduire l'IES.

## 8-9. La réduction de l'Interférence Entre Symboles IES par filtrage optimum du signal numérique.

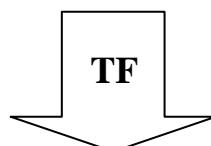
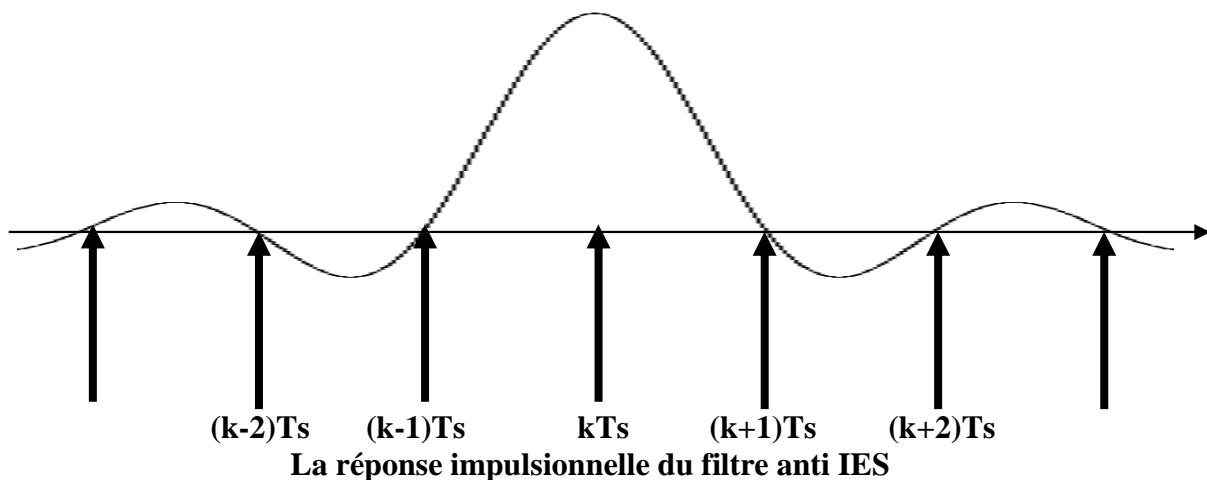
Du principe même du récepteur qui échantillonne le symbole actuel  $S_k$ , il découle la nécessité de ne pas prendre en compte, à cet instant  $kT_s$ , l'effet de l'étalement temporel du symbole précédent  $S_{k-1}$ . (étalement temporel, ou IES).

A cet effet plaçons un filtre anti IES dont la réponse temporelle soit maximum à l'instant  $kT_s$  mais nulle à l'instant  $(k-1)T_s$ .

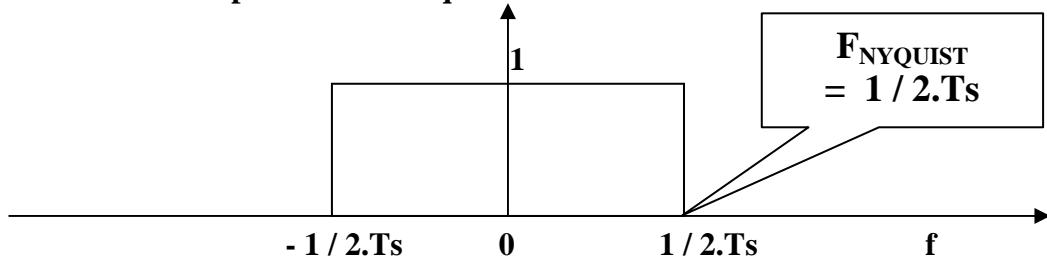
Mais réciproquement le symbole actuel ne doit pas fausser l'échantillon suivant donc on imposera aussi une réponse nulle à l'instant  $(k+1)T_s$ .

Nous connaissons des réponses périodiquement nulles, sauf en un point (l'origine), comme par exemple le classique sinus cardinal noté sincar ou sinc:

$S_{NOIES}(t) = \text{sincar}(\pi \cdot t / T_s)$  dont on connaît l'original de la transformée de Fourier.



La réponse harmonique du filtre anti IES.



Cette réponse harmonique est très simple mais irréalisable.

A noter une définition importante : La demi fréquence symbole est la fréquence de Nyquist.

$$F_{\text{NYQUIST}} = 1 / 2 \cdot T_s$$

**Un tel filtre satisfait le premier critère de Nyquist.**

D'autres réponses peuvent aussi être plus performantes en assurant un passage à mi amplitude (en général, donc au seuil de décision) aux instants  $-kT_s/2$  et  $kT_s/2$ .

**Ce type de filtre répond alors au deuxième critère de Nyquist.**

### 8-10. Le filtre en cosinus surélevé, dit RCF.

C'est un filtre réalisable, très utilisé en télécommunication.

**Son gain nominal en  $f = 0$  vaut un. Son gain à  $F_{\text{NYQUIST}}$  vaut 0,5 .**

**Sa réponse en fréquence est caractérisée par son facteur de pente ou "roll off"  $\alpha$ , compris entre 0 et 1.**

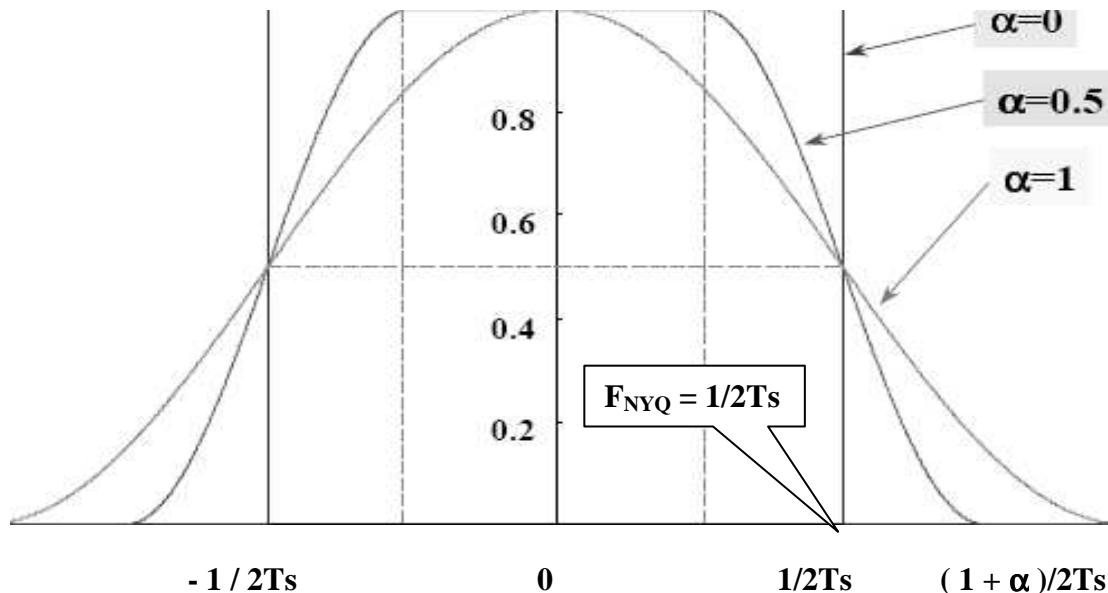
$$\alpha = \Delta F \cdot 2 \cdot T_s \quad 0 < \alpha < 1$$

**La zone pentue s'étend de  $1/2T_s - \Delta F$  à  $1/2T_s + \Delta F$  avec  $\Delta F = \alpha \cdot (1/2T_s)$ .**

.....(1 -  $\alpha$ )/2Ts à (1 +  $\alpha$ )/2Ts.

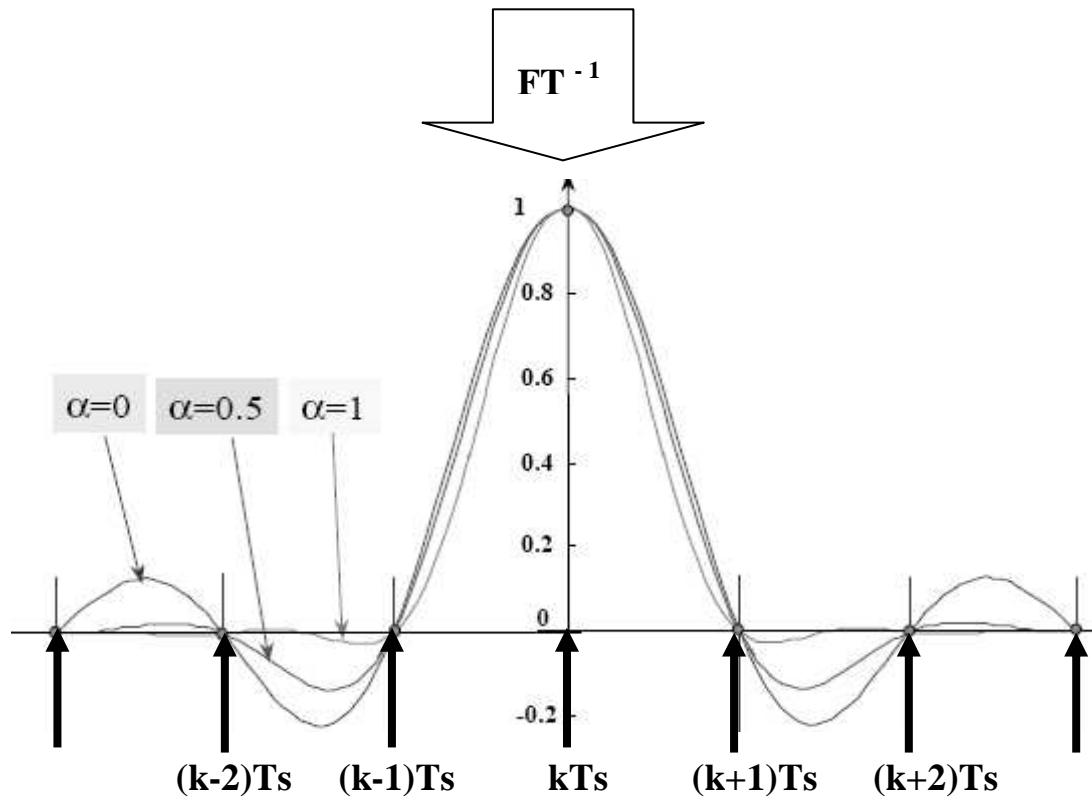
**Par conséquent la bande passante du filtre en cosinus surélevé ne dépasse jamais 1/Ts.**

**Le gain est nul à partir de  $f_c = (1 + \alpha)/2T_s$**



**Influence du facteur de pente  $\alpha$  sur la réponse harmonique du filtre Raised Cosinus Filter dit RCF.**

La réponse impulsionnelle fonction de  $\alpha$  est définie par sa Transformée inverse.

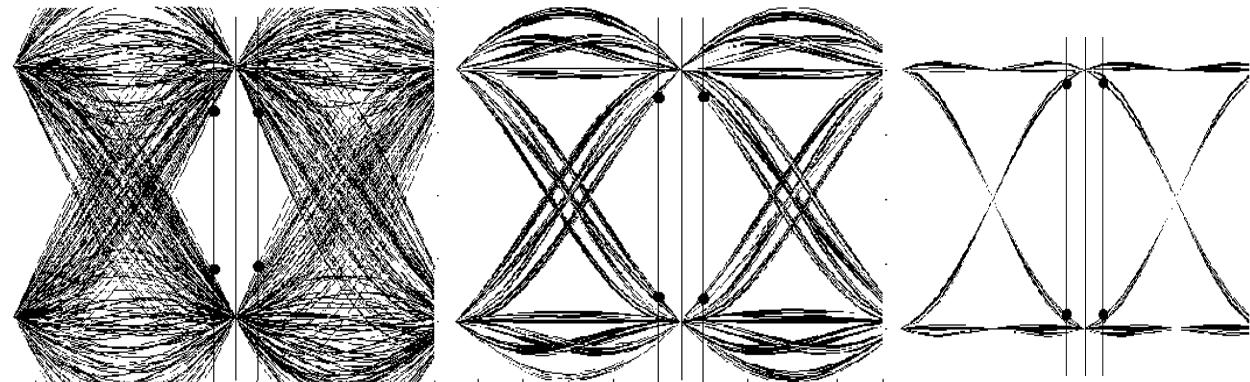


A noter que c'est le filtre le plus large ( $\alpha = 1$ ) qui donne la réponse la plus courte dans le temps.

### 8-11. L'effet du filtre en cosinus surélevé RCF sur la transmission en bande de base.

Dans les diagrammes en œil suivants on peut constater pour 3 valeurs du roll off l'amélioration de l'ouverture du diagramme en œil.

Les yeux sont obtenus par simulation sur un signal pseudo aléatoire sans bruit pour des valeurs décroissantes de la pente et croissante du facteur de pente  $\alpha$ . (auteur Roviras : master RTSA).



$\alpha = 0$     coupure à  $1 / 2.T_s$   
 (filtre rectangulaire étroit)

$\alpha = 0,5$

$\alpha = 1$   
 filtre large

Comme visualisé ci-dessus, la réponse quasi sans IES est obtenue pour un filtre à pente minimum et par conséquent à bande élargie ( $\alpha = 1$ ) et dont le gain s'annule pour  $f_c = (1 + \alpha) / 2.T_s$  c'est-à-dire  $f_c = 1 / T_s$ .

En revenant à une définition classique de bande à 3dB pour  $\alpha = 1$  on a  $B_{-3dB} \sim 0,7 / T_s$

**On est à l'évidence devant un compromis :**

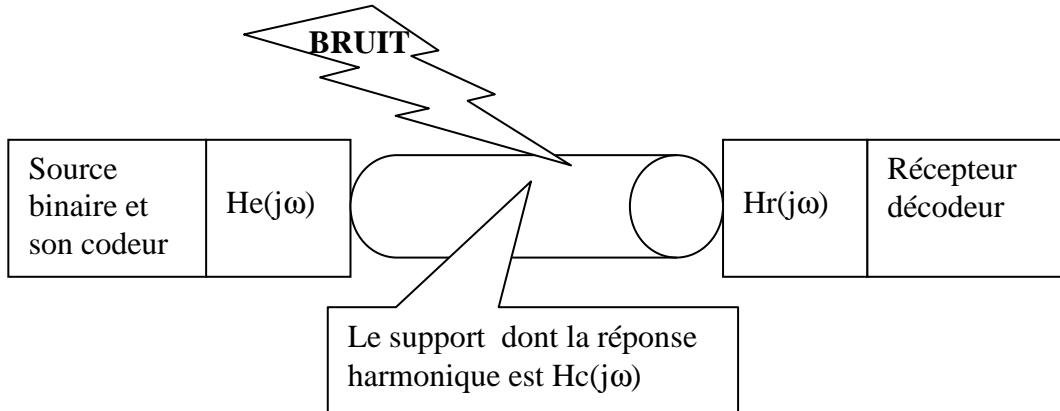
**Soit on réduit la bande passante ( $\alpha = 0$ ) pour augmenter l'efficacité spectrale au prix d'une faible réduction de l'IES !**

**Soit on élimine l'IES ( $\alpha = 1$ ) mais on perd en efficacité spectrale !**

En pratique on exploite souvent le compromis  $\alpha = 0,3$ .

## 8-12. La chaîne de transport optimisée.

C'est l'ensemble défini précédemment comprenant source codeur support de transmission et récepteur décodeur.



**Nous dirons simplement que la transmittance isochrone globale  $H(j\omega)$  doit satisfaire les deux critères de Nyquist évoqué précédemment.**

Par exemple avec le filtre RCF (raised cosinus filter) il y a lieu de définir le facteur de pente ( $\alpha$ ) qui satisfait le compromis efficacité spectrale réduction de l'IES, ainsi l'ensemble de la chaîne de transmission assurera une réponse en fréquence compatible avec une bonne restitution des symboles sans IES.

$$He(j\omega) \cdot Hc(j\omega) \cdot Hr(j\omega) = H_{RCF}(j\omega)$$

On n'oublie jamais que la bande passante définie au récepteur doit réduire la puissance moyenne N de bruit vue par celui-ci.

**Donc il y a lieu de repartir le filtrage optimum (fonction de  $\alpha$ ) entre le récepteur, en visant la bande passante minimum, et le codeur de façon que la transmittance d'ensemble corresponde au filtre optimum en cosinus surélevé  $H_{RCF}(j\omega)$ .**

Le spectre du signal numérique en bande de base s'étend par conséquent de 0 Hz à  $(1+\alpha)/2Ts$ .

$$\text{OSBDB} = (1 + \alpha)/2Ts. \quad (\text{en Hz})$$

La rapidité de modulation spécifique RMspé devient :

$$\text{RMspé} = \text{RM}/\text{OSBDB} = (1/Ts) \cdot 2 \cdot Ts/(1+\alpha) = 2/(1+\alpha). \quad (\text{en bauds /Hz})$$

**La relation montre que l'on peut aussi régler le facteur de pente  $\alpha$  pour optimiser la rapidité de modulation jusqu'à 2 baud/Hz et par conséquent optimiser l'efficacité spectrale par un filtre RCF à flanc raide.**

## 8-13- Efficacités spectrales des MAQ-M .

Ce qui vient d'être dit pour une transmission synchrone en bande de base, conduit à un raisonnement similaire en bande transposée. On ajoute simplement le changement de fréquence qui définit le canal à bande étroite. Le récepteur ramène par changement de fréquence le signal en bande de base où le filtrage s'opère.

**On se souvient également que le fait de passer en bande transposée (théorème du changement de fréquence chapitre 4) divise par deux la rapidité de modulation spécifique, puisque la bande nécessaire après transposition est double de celle en bande de base.**

L'architecture du récepteur sera "symétrique de celle de l' émetteur.

Résumons les propriétés de l'architecture IQ dans le tableau suivant compte tenu de l'existence d'un filtrage de type RCF en vue d'optimiser l'efficacité spectrale:

Modulation MAQ-M MAQ- $2^L$ MAQ-V	Taille du symbole $T_s =$ $L \cdot T_b$	Nombre de niveaux sur les voies I et Q	Nombre d'états de la porteuse	Débit spécifique Avec filtrage à $1/T_s$ En bits/s/Hz	Débit spécifique Avec filtrage optimisé aux alentours de $F_{NYQUIST}$ En bits/s/Hz
MAQ-2	1	Une voie	2	0,5	~ 1
MAQ-4	2	2	4	1	~ 2
MAQ-8					
MAQ-16	4	4	16	2	~ 4
MAQ-32					
MAQ-64	6	8	64	3	~ 6
MAQ-128					
MAQ-256	8	16	256	4	~ 8
CAP-512					~ 9
Rapidité spécifique RM Bauds/Hz				0,5	1

Attention le tableau n'est complété que pour une architecture IQ symétrique donc dans le cas ou un nombre de bits identique est affecté aux voie I et Q .(L pair).

**La dernière colonne prend un sens conformément à un filtrage qui optimise l'efficacité spectrale avec un filtre en cosinus surélevé à forte pente  $\alpha = 0$ .**

**La dernière ligne rappelle que la rapidité de modulation est évidemment indépendante de la valence V !**

## 8-14. Notion élémentaire d'égalisation.

Lorsque les caractéristiques du canal dépendent fortement de la fréquence on insère une fonction de filtrage  $H_{\text{egal}}(j\omega)$  qui compense par "égalisation" les anomalies du canal de transmission.

Ce peut être le cas d'une ligne bifilaire mal adaptée provoquant des échos à certaines fréquences. Ce peut être le cas de trajets multiples avec échos en téléphonie mobile.

Exemple : le récepteur reçoit la même source en directe et par écho sur obstacle.

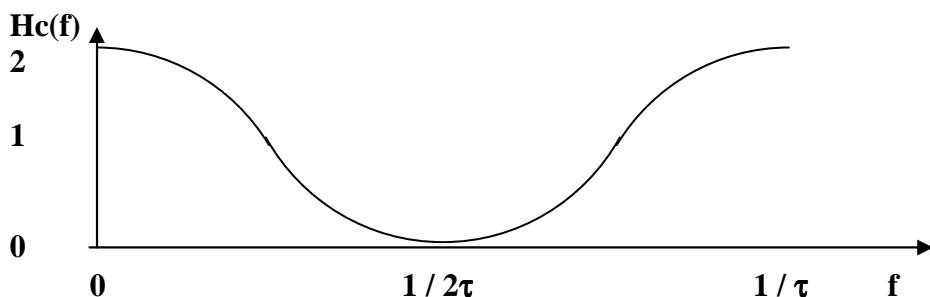
Les deux signaux arrivent décalés du temps de retard  $\tau$ , le signal reçu  $s(t)$  vaut :

$$S(t) = a_p \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t} + a'_p \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot (t - \tau)}$$

Si les amplitudes sont du même ordre  $a_p$  alors le récepteur voit l'amplitude résultante :

$$S(t) \sim |a_p \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot (t)}| \cdot |1 + e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \tau}| = a_p \cdot [2 + 2 \cdot \cos 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \tau]^{0.5}$$

Ainsi la réponse en fréquence du canal équivalent présente une périodicité en  $1/\tau$ , créant ainsi des zones de champ intense et des zones d'ombre.



Le rôle de l'égaliseur  $H_{\text{egal}}(j\omega)$  sera de compenser les anomalies de réponse en fréquence du canal de transmission ;

$$H_{\text{egal}}(j\omega) = 1 / H_c(j\omega)$$

adaptative". C'est le cas des transmissions hertziennes avec des trajets différents provoquant le cumul ou la réduction de la puissance reçue.

### 8-15. Annexes le mécanisme de construction du diagramme en œil.

